パズる会 2020　　**不思議な数当て五角形**　　2020 年 2 月 22 日　パズル懇話会

e	d	c	b	a	
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	0	0	2	0	2
0	0	0	2	1	3
0	0	4	0	0	4
0	0	4	0	1	5
0	0	4	2	0	6
0	0	4	2	1	7
0	8	0	0	0	8
0	8	0	0	1	9
0	8	0	2	0	10
0	8	0	2	1	11
0	8	4	0	0	12
0	8	4	0	1	13
0	8	4	2	0	14
0	8	4	2	1	15
16	0	0	0	0	16
16	0	0	0	1	17
16	0	0	2	0	18
16	0	0	2	1	19
16	0	4	0	0	20
16	0	4	0	1	21
16	0	4	2	0	22
16	0	4	2	1	23
16	8	0	0	0	24
16	8	0	0	1	25
16	8	0	2	0	26
16	8	0	2	1	27
16	8	4	0	0	28
16	8	4	0	1	29
16	8	4	2	0	30
16	8	4	2	1	31

◆よく知られている数当てカード（5 枚セットで 1~31 の数のひとつを当てる）

各カードには 16 個の数の数がある。演者は相手にカードを見せながら「心に決めた数がカードにあるか、ないか」をたずねる。

カードの数は右表のようである。

a ：1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25,27,29,31
b ：2,3.6,7,10,11,14,15,18,19,22,23,26,27,30,31
c ：4,5,6,7,12.13.14.15.20.21.22.23,28,29,30,31
d ：8,9,10,11,12,13,14,15,24,25,26,27,28,29,30,31
e ：16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31

相手が「ある」と言ったカードの最初の数（＝最小の数）の和が、相手が心に隠している数である。「ない」と言ったカードは無視する。

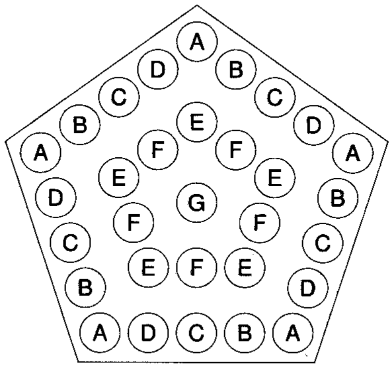
◆カードの数の構成は左の表に示すように、0 を含むすべての自然数が 2 進数の各桁の重み（1,2,4,8,16,32,……）の和で一意に表せることと結びついている。

◆新案の「不思議な数当て五角形」

1～31 の数を印刷した正五角形のカードと 16 個の孔がある正五角形のマスキングカードからなる。両者を重ね合わせると常に孔から 16 個の数が見える。マスキングカードを回転させると見える数は毎回異なるが、その数の構成は右上表の数当てカードの数と同等である。

◆正五角形の数カードの数と孔あきカードのポジション

孔あきカードの 5 回の回転移動である孔から見える数の位置を下図の A～G で表わす。G は特殊で 1 個しかないが、5 回とも見えるので数 31 を当てる。



さて、孔あきマスキングカードに 16 個の孔をあけ、同時に A～G の位置には 1 ～31 の数を入れ、上表に示した 16 個の数が見えるようにしなければならない。数の位置の選択、孔の位置の選択が可能であることは、次に示す組合せの数が一致することから可能であることが分かる。

A から F のそれぞれの位置の
1 つに 1 つ孔をあけると、5 個の数が区別できる。
2 つに 2 つ孔をあけると、10 個の数が区別できる。
2 つに 3 つ孔をあけると、10 個の数が区別できる。
1 つに 4 つ孔をあけると、5 個の数が区別できる。
G に 1 つ孔をあけると、1 個の数が区別できる。

1,2,4,8,16 のうち、
1 つを選ぶ場合は、5 通り
2 つを選ぶ場合は、10 通り
3 つを選ぶ場合は、10 通り
4 つを選ぶ場合は、5 通り
5 つを選ぶ場合は、1 通り

どれも選ばない場合の 1 通り（非表示の数 0 に当てる）を考慮すると 32 個の数を区別できる。

いま、$_{p}C_{k}$　は k≠0、k≠p　のとき、p の倍数である。このような場合のみ、n 角形の 2 枚のカードにより 1 ～（2^{n}－1）の 2 進数構成の数当てカードを再現することができる。これが可能であるのは n が素数のときのみで、数当てカードとしては、n ＝3 の 1～7 は小規模すぎ、n＝7 の 1～127 は大規模すぎる。

今回試作した n ＝5 の場合が、数当てマジックとしてもっとも魅力的なサイズであろう。

（滝沢清指導／秋山久義制作）