

ピタゴラス 4 数もまた楽しい

竹内淳実 2021年2月

直方体の3辺の長さの2乗の和は、その直方体の空間斜線の2乗を表す。

3辺を A,B,C,空間斜線を D とすると $A^2+B^2+C^2=D^2$

この A,B,C,D 総てが整数であるのをピタゴラス 4 数と言い、(A,B,C,D) で表す。

しばらくこれを追ってみよう。

1. ピタゴラス 4 数の最小値は $1^2+2^2+2^2=3^2$ (1, 2, 2, 3)

これを二つ重ねれば正六面体となる。

D=5 では存在しない。

D \geq 7 は

(2, 3, 6, 7) (1, 4, 8, 9) (2, 6, 9, 11) (3, 4, 12, 13) (2, 5, 14, 15)

(8, 9, 12, 17) (1, 6, 18, 19) (4, 8, 19, 21) (3, 6, 22, 23) (12, 15, 16, 25)

(2, 7, 26, 27) (12, 16, 21, 29) (5, 6, 30, 31) (4, 7, 32, 33) (6, 10, 33, 35)

(12, 21, 28, 37) (10, 14, 35, 39) (9, 24, 32, 41) (2, 9, 42, 43) (4, 28, 35, 45)

(6, 27, 38, 47) (4, 9, 48, 49) (2, 14, 49, 51) (27, 28, 36, 53) (10, 18, 51, 55)

(7, 8, 56, 57) (6, 9, 58, 59) (11, 36, 48, 61) (5, 10, 62, 63) (7, 24, 60, 65)

今回ここでとめておくが、 $7\leq D\leq 499$ の総ての奇数で D 値は見いだせたが、法則性は見当たらない。

(5, 10, 62, 63) のように、瞬時に解が得られるものあり、(6, 27, 38, 47) のように 10 数倍の計算を要するものもある。複数解もまた多い。

例えば D=39 では上記の他に (13, 14, 34, 39) (2, 26, 29, 39) もあり、また D=3, D=13 の倍数もある。また更に数倍の計算を重ねて、ピタゴラス 4 数が存在しないと確認する数も出てこよう。

遊び心、単なる気分転換には向かないかも知れない。時間に余裕があるときの楽しみである。

2 「ピタゴラス数を楽しもう」で取り上げた「直方体の三辺と側面の三つの対角線全部が整数であるもの」 $A^2+B^2=E^2$ 、 $B^2+C^2=F^2$ 、 $C^2+A^2=G^2$ の 4 例の空間斜線長 $A^2+B^2+C^2=D^2$ は、

$$D^2=117^2+44^2+240^2=73225=5^2\cdot 29\cdot 101$$

$$D^2=187^2+1020^2+1584^2=3584425=5^2\cdot 13\cdot 41\cdot 269$$

$$D^2=195^2+748^2+6336^2=40742425=5^2\cdot 53\cdot 97\cdot 317$$

$$D^2=275^2+240^2+252^2=196729=13\cdot 37\cdot 409$$

と、いずれも整数ではない。この D 値を整数とすることが出来るかどうかは未解決の問題と、E.マオール「ピタゴラスの定理」(伊理由美訳)にある。上記 D 値を素数で見るとすべてピタゴラス数 C 値たり得る。この問題は

$E^2+C^2=F^2+A^2=G^2+B^2=D^2$ とピタゴラス数 (A,B,C) の要領で迫るのも面白いかなと、ピタゴラス数 C 値基準で探ってみた。残念だが、今までのところ見つからない。下記するの

は、直方体の3辺 A、B、C が整数、側面の斜線の内いずれか2数が整数であるピタゴラス4数である。(185、672、697) (153、680、697) より得られたものから順に。

<u>ピタゴラス4数</u>	<u>側面のピタゴラス数</u>	
(153、104、672、697)	(153、104、185)	(104、672、680)
(495、840、448、1073)	(495、840、975)	(448、840、952)
(975、448、264、1105)	(264、448、520)	(448、975、1073)
(1925、1680、2052、3277)	(1680、1925、2555)	(1680、2052、2652)
(533、756、3360、3485)	(533、756、925)	(756、3360、3444)
(2261、252、2640、3485)	(252、2261、2275)	(252、2640、2652)
(819、1680、3740、4181)	(819、1680、1869)	(1680、3740、4100)
(2275、2640、2772、4453)	(2275、2640、3485)	(2640、2772、3828)
(4301、1932、2880、5525)	(1932、2880、3468)	(1932、4301、4715)
(4653、1680、3404、6005)	(1680、3404、3796)	(1680、4653、4947)
(357、1276、6960、7085)	(357、1276、1325)	(1276、6960、7076)
(1665、4264、6048、7585)	(1665、6048、6273)	(4264、6048、7400)
(7011、2352、5236、9061)	(2352、5236、5740)	(2352、7011、7395)
(861、5852、6864、9061)	(861、5852、5915)	(5852、6864、9020)
(3927、5952、6536、9673)	(3927、6536、7625)	(5952、6536、8840)
(4557、3124、9840、11285)	(3124、4557、5525)	(3124、9840、10324)
(6601、4032、8976、11849)	(4032、6601、7735)	(4032、8976、9840)
(10659、4788、3920、12325)	(10659、4788、11685)	(4788、3920、6188)
(10373、6336、5460、13325)	(10373、6336、12155)	(6336、5460、8364)
(8645、1476、10032、13325)	(8645、10032、13243)	(1476、10032、10140)
(4725、1952、14820、15677)	(4725、14820、15555)	(1952、14820、14948)
(9405、7700、10608、16133)	(9405、7700、12155)	(7700、10608、13108)
(9405、8208、10220、16133)	(9405、8208、12483)	(8208、10220、13108)
(2915、15312、4284、16165)	(2915、15312、15587)	(15312、4284、15900)
(3567、2944、16800、17425)	(3567、2944、4625)	(2944、16800、17056)
(16095、3960、7616、18241)	(16095、3960、16575)	(3960、7616、8684)
(7293、3276、16400、18245)	(7293、3276、7995)	(3276、16400、16724)
(7293、14960、7476、18245)	(7293、14960、16643)	(14960、7476、16724)
(9555、15312、9100、20213)	(9555、9100、13195)	(9100、15312、17812)
(9555、13940、11088、20213)	(9555、11088、14637)	(11080、13940、17812)
(16065、9152、10920、21473)	(16065、10920、19425)	(9152、10920、14248)
(19425、9152、13464、25345)	(19425、9152、21473)	(13464、9152、16280)
(2925、21840、12628、25397)	(2925、21840、22035)	(21840、12628、25228)
(25707、8624、12180、29725)	(25707、8624、27115)	(8624、12180、14924)
(30225、6552、2464、31025)	(30225、6552、30927)	(6552、2464、7000)
(24795、17556、10192、32045)	(24795、17556、30381)	(17556、10192、20300)

これだけ並べると、一見大変に見えるだろうが、毎回30分、1時間程度で、積み重ねが効く肩

の凝らない遊びであり、この先もぼちぼちと続け楽しみたい。

終わりに

今回数字の羅列多く、疲れを覚えた方もおられるだろう。水平思考を垂直にと趣向を変えて漢字の羅列、場違いであるが拙詩を記す。ご容赦を！

新型コロナ病毒有感

制御病原存理性	病原制御するは 理性に存す
不封都市検培池	都市を封ぜず 培池を ^{あらた} 検めん
唾啡飛沫染汚懼	唾啡せる飛沫 染汚の懼れ
把弄器材媒介危	把弄せる器材 媒介の危うさ
三密教唆平素影	三密の教唆 平素に影し
四隣交誼刹那疑	四隣の交誼 刹那に ^{ため} 疑らう
要請自肅覆商賈	自肅の要請 商賈を覆い
配慮周囲翻會期	周囲へ配慮 会期を翻す
經濟浮揚腐心政	經濟の浮揚 腐心の政
隔離治療獻身醫	隔離の治療 献身の医
垂頭順應專家訓	頭を垂れ順応す 專家の訓に
翹首待望般逸宜	首を ^あ 翹げ待望す 般逸の宜しきを
演藝管弦陶醉坐	演芸管弦 陶醉して坐し
球音角力喚呼馳	球音角力 喚呼馳せんと
目留罹患死亡少	目は留む 罹患死亡少なきを
耳痛非情孤獨悲	耳は痛む 非情孤獨の悲しみに