９８０１に関しての話題を二つ

日本数学協会・数楽分科会所属
渡邊　芳行

９８０１と聞けば、昭和５７年に爆発的に売れた某Ｎ社から発売されたＰＣ－９８０１というパソコンを思い浮かべる方も多いと思いますが、その辺の話題も合わせてお話しします。

①　逆数

9801^{-1}　を計算してみると小数点第一位から

0.00010203040506070809101112131415161718192021222324252627282930313233343536373839404142434445464748495051525354555657585960616263646566676869707172737475767778798081828384858687888990919293949596979900010203・・・・

と綺麗な数字が並びます。循環節の長さは００～９９で９８が無いので節の長さは２００－２桁です。これはどうしてか？　は、何故９８が無いかに通じるところがあります。９８は無いのではなく計算過程で後ろに引っ込んでいるからで、次のような加算が続いているからです。

```
0.00
    01
      02
        ・・・・
                97
                  98
                    99
                      100
                        101
                        ・・・・
----------------------------------------
  0.000102・・・979900010203・・・・
```

上記の計算は、１０進の２桁なのでこれを１００進数と思えば次のように表現できます。

$P=10^{-2}$ と置いて、

$T=0\cdot P+1P^2+2P^3+3P^4+\cdots(n-1)P^n+nP^{(n+1)}+\cdots$　①

この式の両辺にＰを掛けると

$P\cdot T=1P^3+2P^4+3P^5+\cdots(n-1)P^{(n+1)}+nP^{(n+2)}+\cdots$　②

①式から②式を引くと

$(1-P)\cdot T=P^2+P^3+P^4+\cdots P^n+P^{(n+1)}+\cdots=P^2/(1-P)$

故に　$T=P^2/(1-P)^2$

Ｐを 10^{-2} で戻すと

$T=(10^{-2})^2/(1-10^{-2})^2=1/(100-1)^2=9801^{-1}$

となります。一般的に 10^{-n}（進法）で置き換えると、数字の並びが $(10^n-1)^2$ であれば $(10^n-1)^2$ の逆数は綺麗な循環小数になり、循環する桁数は $n(10^n-1)$ 桁です。

上記はｎ＝２の場合ですので $(10^2-1)^2=99^2=9801$ です。桁数は２・９９＝１９８桁。

ｎ＝１は 9^2 で電卓で慣れ遊んだ数値 $81^{-1}=0.012345679\cdot\cdot$ となります。

桁の大きい方は順に、９９８００１，９９９８０００１、９９９９８００００１・・・・です。

又、上記おいてＰは１０のｎ乗進法でしたが、Ｐ＝Ｎ（Ｎ進法のＮ）と置いても上記は整理します。

故に一般式は、　$T=(N-1)^{-2}$　　となります。例えば　Ｎ＝８（８進数の例）は

$(8-1)^{-2}=49^{-1}=0.01234570123457\cdots$ となります（やはり６が無い）。

② 回文

今度は、９８０１を9で割ると１０８９となります。するとア！！数字がひっくり返った。

さらにひっくり返った１０８９に1，２，３，４，・・８，９を掛けて出てくる数字は順に

１０８９，２１７８、３２６７，４３５６，５４４５，６５３４，７６２３，８７１２、９８０１

となります。よく見ると前から読んでも後ろから読んでも同じ数字の並びです。回文だ！！

これは次の ルールに則っているからです。

１０８９　x　N（1～9）　→先頭の“１xN”はそのままNが出てきます。

→末尾の“９xN”は“（１０－1）xN”ですから
１０に対するNの補数が出てきます。さらに、
上位の桁にN－１を繰り上げてます。
これで最上位桁と最下位桁の回文が成立します。

→次に、
中２桁の“０８xN”は九九の八の段そのものに
それぞれ繰り上がってきたN－１が足されます。
（１０－２）N＋N－１＝9N－１。これは
九九の九の段から１を引いてますので、１０位は
０，１，２，・・・8で1位は8，７・・1．０
と回文です。これで中の二桁も回文が成立します。

さらに、４桁より大きい数値は、上記の“０８xN”のルールを担保するように桁を増やせばOK です。具体的には９９９９・・９９９９と言うフィルターを0と８の間に挿入します。

０　９９９９９９・・・９９９　８　x　N　＋（N－１）の計算は“８xN”の桁上がりを ９９・・９９が保証して最上位まで運んでくれます。そのとき９９・・・９９そのものは変化しないので結果的に全体が回文になります。

次に、上記回文は１０進数ですがこれを２進から１６進まで拡張して検証してみました。

１０進数で行った“１０８９xN”の論理がそのまま適用できます。結果は次の通りです。

2:	**1001**														
2:	**1111**														
3:	**1012**	**2101**													
4:	**1023**	**2112**	**3201**												
5:	**1034**	**2123**	**3212**	**4301**											
6:	**1045**	**2134**	**3223**	**4312**	**5401**										
7:	**1056**	**2145**	**3234**	**4323**	**5412**	**6501**									
8:	**1067**	**2156**	**3245**	**4334**	**5423**	**6512**	**7601**								
9:	**1078**	**2167**	**3256**	**4345**	**5434**	**6523**	**7612**	**8701**							
10:	**1089**	**2178**	**3267**	**4356**	**5445**	**6534**	**7623**	**8712**	**9801**						
11:	**109a**	**2189**	**3278**	**4367**	**5456**	**6545**	**7634**	**8723**	**9812**	**a901**					
12:	**10ab**	**219a**	**3289**	**4378**	**5467**	**6556**	**7645**	**8734**	**9823**	**a912**	**ba01**				
13:	**10bc**	**21ab**	**329a**	**4389**	**5478**	**6567**	**7656**	**8745**	**9834**	**a923**	**ba12**	**cb01**			
14:	**10cd**	**21bc**	**32ab**	**439a**	**5489**	**6578**	**7667**	**8756**	**9845**	**a934**	**ba23**	**cb12**	**dc01**		
15:	**10de**	**21cd**	**32bc**	**43ab**	**549a**	**6589**	**7678**	**8767**	**9856**	**a945**	**ba34**	**cb23**	**dc12**	**ed01**	
16:	**10ef**	**21de**	**32cd**	**43bc**	**54ab**	**659a**	**7689**	**8778**	**9867**	**a956**	**ba45**	**cb34**	**dc23**	**ed12**	**fe01**

桁を大きくする時も１０進数で用いた９９・・・９９９フィルターの論理はそのまま適用できます。
例として、
８桁の場合は、１０６７の5桁、6桁バージョンは　１０７６７，１０７７６７・・・です。
一般式は次のようになります。ｎはｎ進数のｎで、ｎ＞＝２です。

“１、0、ｎ－1、ｎ－1、・・・ｎ－1、ｎ－2、ｎ－１“　ｘ　［1，2、・・ｎ－1］

終わりに、某N社様にＰＣ－９８０１の命名秘話を伺いましたが、あっけなく次の返事でした。
当時開発していた機種がＰＣ－８００１、ＰＣ－８８０１で、その次の機種なので・・というサプライズは無しの回答でした！！。