

数学月間(SGK)だより

◆昨 2011 年の数学月間懇話会のテーマの一つは、“サイバー世界のモデリング” 北川源四郎氏(統計数理研究所)であった。今日、我々の周囲で莫大なデータが収集されるようになったが、解析すべきパラメータ数も多くなったので、データ量がやはり不足している(“新 NP 問題”)。溢れるデータから必要な解析を行うには、新手法が必要とされるとのことだった。

2012 年(4 月)の米国 MAM(Math Awareness Month)でも、“数学、統計、そしてデータの洪水” がテーマであった。我々の周囲には、天文、生物、気象、環境放射線などを観測するセンサー・ネットワークがある。コンビニの POS システムや金融相場、Google 検索、Facebook、Twitter など、莫大な量のデータを時々刻々集積する。これらのデータから、必要な情報をきめ細かく解析することが望まれる時代である。

私たちの世界は不確で危うい。確実なものはない。今、正しいと信じられている科学法則でさえ、例外が観測されれば崩れてしまう。山のような観測データから引き出した法則も、真実かどうかは永遠にわからない。それは、観測データを説明できるモデリングでしかない。

『天地明察』(原作：沖方丁)の映画の一場面を思い出す。蝕の予告もはずれ、現実と合わないことが明白となった宣明暦改暦の話である。渋川春海らは、当時最も優れていた授時暦を、観測した天測データで改良し日本に合う大和暦を作る。暦に利権をもつ公家は、大統暦で対抗するが、大和暦の正しさがやがて実証される。関孝和が安井算哲(渋川春海)に向かって、「授時暦を斬れ……天理は数理と天測のどちらが欠けても成り立たぬ……数理と天測の狭間のどこぞに誤りがあるはずだ……わしには手が届かぬ」と、授時暦の算術による考察結果を、天測のできる渋川春海に引き継ぐ場面がそれである。ここに数学と科学の違いが鮮

明に描かれ、私は興味深かった^(*)。

我々は YES/NO のデジタル思考に毒されているので、そのような答えを要求する。しかし、YES/NO の答え(2 値化)は非科学的な種々の思惑が働き胡散臭い。我々は確率に馴染む必要がある。このような時代に鑑み、SGK は 2012 年の数学月間懇話会のテーマの一つに“ジャンケン”を取り上げた。奇しくも、2012 年の「上智大学数理科学講演会」(7/29)は、“数学と金融——統計的データ解析の視点から”であり、「お茶の水女子大学・夏期数学講習会」(7/29-30)は、“20 世紀に花開いた確率論”であった。

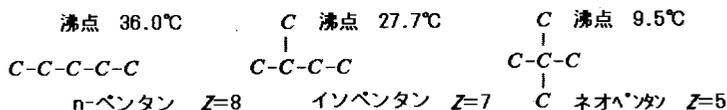
「上智大学数理科学講演会」は基礎と応用の 2 段階構成で、線形代数の概念が、統計にどのように応用されているかを認識させる。応用では、株式投資の収益率のリスク推定が取り上げられた。これは、正規分布の時系列が推移するとき、各正規分布の積(同時密度分布関数)の対数値を最大にする分散(リスク・パラメータ)を推定する手法だ。これらの応用に先立ち、“世の中を調べるときに活躍する数学”で、これらの基礎に線形代数の概念があることが指摘された。ベクトルや内積、固有値・固有ベクトルをはじめとして、主軸変換は多変量解析に、射影行列はデータの直線回帰(残差 2 乗和の最小 2 乗推定)に応用されている。

◆第 8 回数学月間懇話会(2012/7/22)

(1) 石黒真木夫氏(統計数理研究所名誉教授)によるジャンケン・ソフト“スタッツ”の講演は教育的であった。

あなたがジャンケン・ゲームをしているとしよう。初めはグーで相子だったとする。あなただつたら次は何を出すか？ たぶん相手はチョキ or

(*) ただし、この関孝和のくだりは史実で確認できていないと佐藤賢一氏は慎重である。



パーを出す確率が高いただろう。相手がチョキなら、グーで勝てるが、相手がパーだったらグーを出すと負けてしまう。もし、あなたがチョキを出せば少なくとも負けることはないだろう。だが、このような思考プロセスを読まれてしまえば決して勝つことはない。結局、ランダム(乱数)に出すのが最も正しい戦略だ。しかし、人間は完全な乱数は作れず何らかの癖があるので、ゲームを進めながらデータを解析し、確率の高い手を予測するというソフトが「スタッツ」である。ジャンケンを繰り返し、勝数30点を先取した方が勝ちとなるゲームが対象である。解析すべきジャンケンの記録は3値をとる離散確率変数の2次元(相手と自分)時系列で、この時系列にマルコフ・モデルをあてはめることにより、プレイヤーのくせを把握する(癖は以下のように14種に分類されている)：

- ① 癖がない「いつも新鮮型」,
- ② 自分が出した手が気になる「自己反省型」,
- ③ 相手が出した手が気になる「気配り型」,
- ④ 勝ち負けが気になる「勝負こだわり型」,
-

しかし、このようなプロセスで推測していることを解読されてしまえば勝てなくなるわけで、適当な割合でランダム化を加えるように工夫している。

(2) 細矢治夫氏(お茶の水女子大名誉教授)は化学数学を提案した。物理数学というのは耳慣れた分野だが化学数学とはあまり聞かない。細矢氏が飽和炭化水素(アルカン)類の炭素の骨格に対して1971年に定義した“トポロジカル・インデックス”の話が主体になった。

炭化水素分子の骨格となっているC-C結合を、その骨格中で互いに隣接しないように選ぶ方法の総数を、その分子のトポロジカル・インデックスという。トポロジカル・インデックスは、その分子をばらばらにする手数のようなもので、分

子内部の自由度を反映している。

例えば、5個の炭素原子が1列に並んだ骨格を持つn-ペンタン分子を例にとれば、トポロジカル・インデックスは、

$$Z = p(G, 0) + p(G, 1) + p(G, 2) = 1 + 4 + 3 = 8$$

となる。ここで、Gと書いたのは5つの頂点と4つの辺からなるグラフ、 $p(G, k)$ はグラフG中に、隣り合わないようにk個の辺を選ぶ可能な数である。炭素原子5個の炭素骨格には、グラフの型が異なる異性体が2つあるが、これらのトポロジカル・インデックスを求め、沸点温度との相関を見ると見事に正の相関がある。(上図)

トポロジカル・インデックスは、数学的には整数論と密接な関係があり、フィボナッチ数や連分多項式にも関係がある。トポロジカル・インデックスは化学から生まれたグラフ理論でもあった。

◆現在、文科省により「数学イノベーション」事業が推進されている。数学研究と工学(産業)・諸科学の共同研究の促進が狙いである。すでに完成している数学理論が、いろいろな分野でもっと利用できるはずだとの思惑がある。逆に、工学・諸科学の最先端分野から、かつてニュートンやオイラーがそうであったように、新しい数学分野が生まれることも期待できる。数学イノベーションは、斯様に数学と周辺諸科学との双方向の交流の活発化であり好ましいことだ。これに加えてこの機会に、私たちは数学月間活動のような“Math for All”という活動も、ぜひとも同時に進めるべきであると主張したい。

谷 克彦(たに・かつひこ/数学月間世話人)