（解答例）水谷演習問題１＆２

［問題1］
円 c_1, c_2, c_3 の方程式を　それぞれ

c_1：　$x^2+y^2+F_1(x,y)=0$

c_2：　$x^2+y^2+F_2(x,y)=0$

c_3：　$x^2+y^2+F_3(x,y)=0$

ただし，$F_1(x,y)$，$F_2(x,y)$，$F_3(x,y)$ は x,y の一次式である.
ここで，　$L_1(x,y)=F_2(x,y)-F_3(x,y)$ とすると
$L_1(x,y)=0$ は c_2 と c_3 の2交点を通る直線の方程式である.
なぜなら，$L_1(x,y)$ は x,y の1次式なので $L_1(x,y)$ は直線を表す.
c_2, c_3 の2交点を $P(\alpha,\beta)$，$P'(\alpha',\beta')$ とすると

$\alpha^2+\beta^2+F_2(\alpha,\beta)=\alpha^2+\beta^2+F_3(\alpha,\beta)$

$L_1(\alpha,\beta)=F_2(\alpha,\beta)-F_3(\alpha,\beta)=0$

同様に，$L_1(\alpha',\beta')=0$
したがって，直線 $L_1(x,y)=0$ は，P, P' を通る.

$L_2(x,y)=F_3(x,y)-F_1(x,y)$

$L_3(x,y)=F_1(x,y)-F_2(x,y)$

とする.
$L_2(x,y)=0$ は，　c_3, c_1 の2交点を通る直線.
$L_3(x,y)=0$ は，　c_1, c_2 の2交点を通る直線を表す.
$L_1(x,y)=0$ と $L_2(x,y)=0$　の交点を $P_0(x_0, y_0)$ とする.

$F_2(x_0, y_0)-F_3(x_0, y_0)=0$

$F_3(x_0, y_0)-F_1(x_0, y_0)=0$

$F_1(x_0, y_0)-F_1(x_0, y_0)=0$

これは $L_3(x,y)$ が $P_0(x_0,y_0)$ を通ることを表す.

－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－

［問題2］
一頭の牛が単位時間に食べる牧草の量をL
単位量の牧草地の牧草の量をM
単位量の牧草地に単位時間に生える牧草の量をN
とする.

$acL=bM+bcN$

$dfL=eM+efN$

求める牛の数をxとすると

$xhL=gM+ghN$

これはX,Y,Zの連立方程式

$$\begin{cases} acX+bY+bcZ=0 \\ dfX+eY+efZ=0 \\ xhX+gY+ghZ=0 \end{cases}$$

が自明でない解 $\begin{cases} X=L \\ Y=-M \\ Z=-N \end{cases}$ を持つことを表す

$$\begin{vmatrix} ac & b & bc \\ df & e & ef \\ xh & g & gh \end{vmatrix}=0$$

$$xh\begin{vmatrix} b & bc \\ e & ef \end{vmatrix}+ac\begin{vmatrix} e & ef \\ g & gh \end{vmatrix}-df\begin{vmatrix} b & bc \\ g & gh \end{vmatrix}=0$$

$$x=\frac{aceg(f-h)+dfbg(h-c)}{hbe(f-c)}$$

－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－