数学月間に寄せて

竹内 淳実

讀費馬最終定理 フェルマー最終定理を読む

費馬珠遺設問箋 費馬の珠遺 設問の箋

智窮枝茂累乗式 智窮めれば 枝茂る 累乗の式

精察人移幾積年 精察 人移こと 幾積年ぞ

直角三邊古傳法 直角の三辺 古伝の法あり

椭円對稱豫言賢 精円の対称 予言の賢あり

神童現出無知倦 神童現われ出で 倦むを知る無し

終得證明完璧篇 終に得たり証明 完璧の篇

昨年 「谷山豊さんを偲んで」上野正さんの講演がありました。これに啓発されてサイモン・シンの「フェルマーの最終定理」を読み返し、詩に纏めてみました。フェルマーの定理はピタゴラスの定理に似ています。しばらく中学生の頃の思考に立ち返ってみました。ピタゴラス三つ組数が無限に存在することのユークリッドの証明は [整数を順に二乗して行くと、隣り合う二つの平方数の差は、必ず奇数になる・・・]  $3^2 + 4^2 = 5^2$ 、 $5^2 + 1$   $2^2 = 1$   $3^2$ 、  $7^2 + 2$   $4^2 = 2$   $5^2$  · · · · でした。無限であることの証明はこれでよいのですが、すべてのピタゴラス数を拾い出してはいません。 1  $5^2 + 8^2 = 1$   $7^2$ もありますから。

現在この問題は  $A^2 = C^2 - B^2 = (C - B)(C + B)$ の式を用いて、 例えば  $105 = 3 \times 5 \times 7$ から  $105^2 + 5512^2 = 5513^2$ 、 $105^2 + 88^2 = 137^2$ 、  $105^2 + 208^2 = 233^2$ 、 $105^2 + 608^2 = 617^2$  Aはすべての奇数で、BCの整数解があります。

では偶数を軸に考えるとどうなるか。  $91^2 + 60^2 = 109^2$ 、 $11^2 + 60^2 = 61^2$ 、 $21^2 + 60^2 = 229^2$ 、 $899^2 + 60^2 = 901^2$  偶数 B では、 $2^2$ 以上を含む偶数に限られます。

このようにして、たとえば、 $A^2 + B^2 = C^2$ の整数解がある時、 $C^2 + B^2 = D^2$ である整数 D は存在するか?このように考えると、童心にかえってよい頭の体操になります。